



Program: ERASMUS-EDU-2022-CBHE-STRAND-2  
Project number: 101082860



Funded by  
the European Union

# Energija vjetra kao obnovljivi izvor energije

Edin Šunje

„Džemal Bijedić“ University in Mostar  
Faculty of Mechanical Engineering

Obnovljivi izvori energije 26.03.2025.

"Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the European Education and Culture Executive Agency (EACEA). Neither the European Union nor EACEA can be held responsible for them."

---

**Partnership for Promotion and Popularization of Electrical Mobility through  
Transformation and Modernization of WB HEIs Study Programs/PELMOB**

Call: ERASMUS-EDU-2022-CBHE-STRAND-2

Project Number: 101082860

## Proračun snage vjetroturbina

- **SCENARIO**

- Vjetroturbine rade na principu pretvorbe kinetičke energije vjetra u kinetiču energiju turbine a zatim preko generatora u električnu energiju koja se dalje putem mreže šalje do potrošača.
- Ukupna količina energije koju možemo konvertovati u električnu energiju zavisi od brzine vjetra i prečnika turbine. Kada projektujemo vjetroelektranu važno je poznavati očekivanu snagu i energiju na izlazu svake od vjetroturbina kako bi smo izračunali ekonomsku opravdanost.

- **POSTAVKA PROBLEMA**

- Kao što već znamo od ključne je ekonomske važnosti poznavati snagu a time i proizvedenu energiju kod različitog tipa turbina u različitim uslovima. U ovom primjeru ćemo izračunati rotacionu kinetičku energiju na vjetroturbini pri određenoj brzini vjetra. Ovo je minimalna brzina vjetra pri kojoj vjetroturbina proizvodi nominalnu snagu.

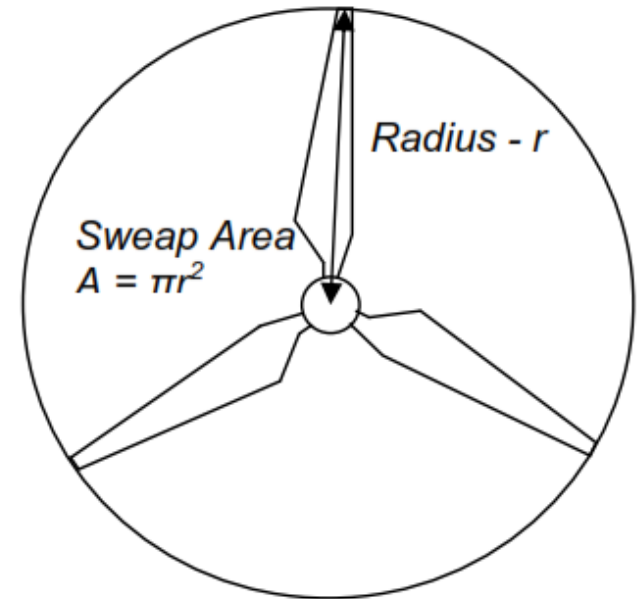


## Proračun snage vjetroturbina

### MATEMATIČKI MODEL

- Definicija varijabli korištenih u modelu

- |                                  |   |
|----------------------------------|---|
| • E = Kinetic Energy (J)         | • $\rho$ = Density (kg/m <sup>3</sup> ) |
| • m = Mass (kg)                  | • A = Swept Area (m <sup>2</sup> )      |
| • v = Wind Speed (m/s)           | • C <sub>p</sub> = Power Coefficient    |
| • P = Power (W)                  | • r = Radius (m)                        |
| • dm/dt = Mass flow rate (kg/s)  | • x = distance (m)                      |
| • dE/dt = Energy Flow Rate (J/s) | • t = time (s)                          |



## Proračun snage vjetroturbina

### MATEMATIČKI MODEL

- Pri konstantnom ubrzanju, kinetička energija posmatranog objekta mase  $m$  i brzine  $v$  jednaka je utrošenom radu  $W$  pri pomjeranju posmatranog tijela iz stanja mirovanja na neku distancu  $s$  pri djelovanju sile  $F$

$$E = W = Fs$$

II Newtonov zakon:

$$F = ma$$

Iz čega slijedi

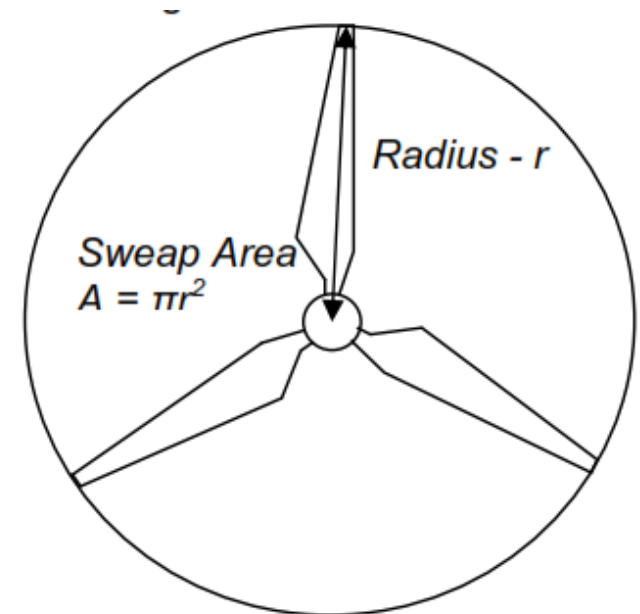
$$E = mas$$

Korištenjem relacije za jednakoubrzano kretanje

$$v^2 = u^2 + 2as$$

Iz čega dobijamo

$$a = \frac{(v^2 - u^2)}{2s}$$



# Proračun snage vjetroturbina

## MATEMATIČKI MODEL

Kako je početna brzina tijela jednaka nuli  $u=0$ , dobijamo

$$a = \frac{v^2}{2s}$$

Uvrštavanjem vrijednosti  $a$  u jednačinu (1) dobijamo izraz za kinetičku energiju tijela koje se kreće

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \dots (2)$$

Snaga vjetra je definisana brzinom promjene energije

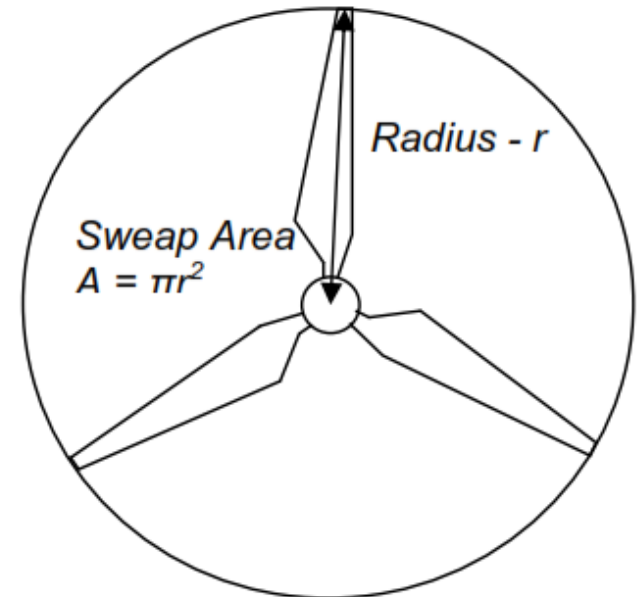
$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}v^2 \frac{dm}{dt} \dots (3)$$

Maseni protok je određen izrazom

$$\frac{dm}{dt} = \rho A \frac{dx}{dt} \quad ; \quad dx/dt=v$$

Slijedi da je

$$\frac{dm}{dt} = \rho Av$$



## Proračun snage vjetroturbina

### MATEMATIČKI MODEL

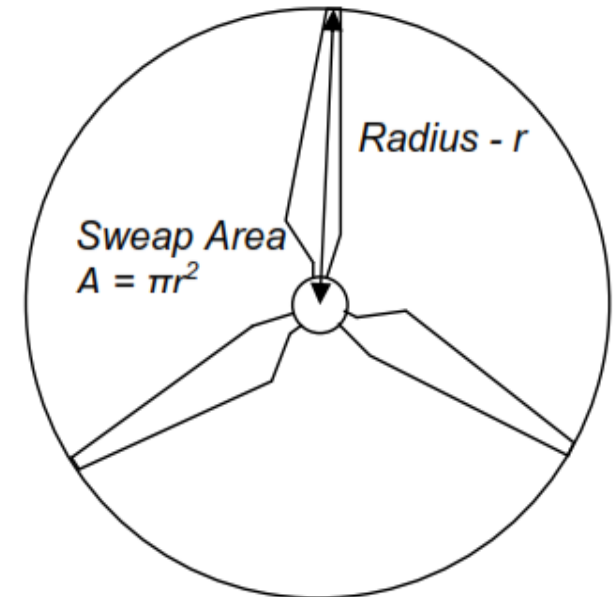
Na osnovu jednačine (3) snaga vjetra se definiše kao

$$P = \frac{1}{2} \rho A v^3 \dots (4)$$

- Njemački fizičar Albert Betz je zaključio 1919. da ni jedna vjetroturbina ne može konvertovati više od **16/27 (59.3%)** kinetičke energije vjetra u mehaničku energiju rotacije rotora.
- Betz Limit ili Betzov zakon
- Teoretski maksimalni koeficijent iskoristivosti snage vjetra bilo kojeg tipa vjetroturbine iznosi 0.59
- Nazivamo ga koeficijentom snage

$$C_{p_{max}} = 0.59$$

- *Vjetroturbine ne mogu raditi na maksimalnom limitu*



## Proračun snage vjetroturbina

*Vrijednost koeficijenta  $C_p$  je jedinstvena za svaki tip turbine, također zavisi od brzine vjetra pri kojoj turbina radi.*

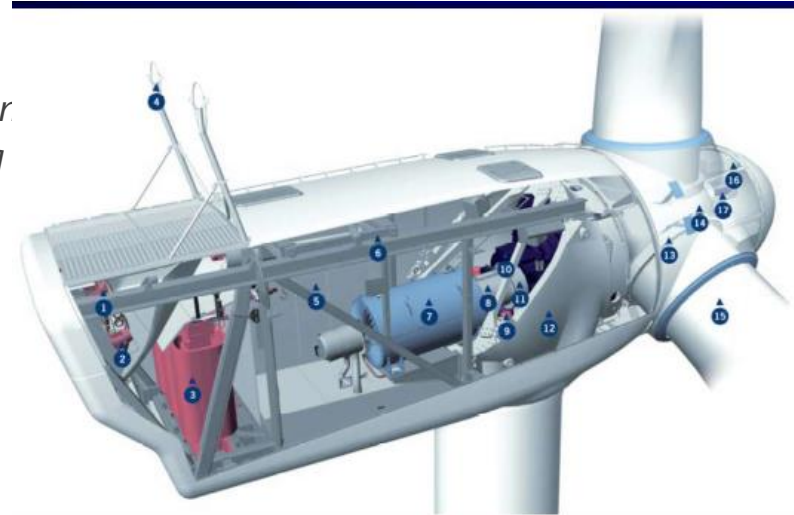
*Kada uzmemo u obzir i ostale zahtjeve kao što su čvrstoća i rad uvijek onda vrijednost koeficijenta  $C_p$  ide značano ispod Betzovog limita i kreće se od **0.35-0.45** čak i kod najbolje dizajniranih vjetroturbina.*

*Ako pri tome uzmemo u obzir i ostale komponente Sistema, gubitke na multiplikatoru, ležajevima, generatoru stvarna snaga vjetra koja se konvertuje u upotrebjivu energiju ne prelazi 10-30% vrijednosti snage vjetra.*

*Iz navedenog je očigledno da koeficijent  $C_p$  moramo uzeti u obzir i dodati ga u izrazu (4) kako bi smo dobili izraz za korisnu snagu vjetra i data je izrazom (5)*

$$P = \frac{1}{2} \rho A v^3 \dots (4)$$

$$P_{\text{avail}} = \frac{1}{2} \rho A v^3 C_p \dots (5)$$

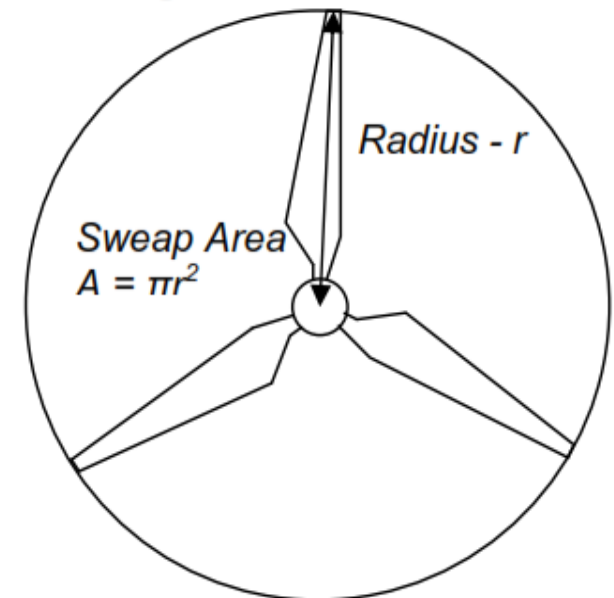


## Proračun snage vjetroturbina

*Površina rotora (brišuća površina) se može izracunati na osnovu izraza za površinu kruga*

$$A = \pi r^2 \dots (6)$$

*gdje je radijus jednak dužini lopatice*



## PRIMJER

### ULAZNI PODACI

Dužina lopatice,	$l=52$ m
Brzina vjetra,	$v=12$ m/s
Gustoća zraka,	$\rho = 1.23$ kg/m <sup>3</sup>
Koeficijent snage	$C_p=0.4$

Izračunati predatu energiju vjetra rotoru vjetroturbine!



## PRIMJER

### RJEŠENJE

Dužina lopatice,	$l=52$ m
Brzina vjetra,	$v=12$ m/s
Gustoća zraka,	$\rho=1.23$ kg/m <sup>3</sup>
Koeficijent snage	$C_p=0.4$

Uvrštavanjem vrijednosti u jednačinu (6), pri čemu je  $l=r$  ;

$$\begin{aligned}A &= \pi r^2 \\ &= \pi \times 52^2 \\ &= 8495 m^2\end{aligned}$$

$$A = \pi r^2 \dots (6)$$

Uvrštavanjem vrijednosti u jednačinu (6),

$$\begin{aligned}P_{avail} &= \frac{1}{2} \rho A v^3 C_p \\ &= \frac{1}{2} \times 1.23 \times 8495 \times 12^3 \times 0.4 \\ &= 3.6 MW\end{aligned}$$



## ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

Dobijenu vrijednost u predhodnom zadatku obično definišu konstruktori vjetroturbina

Važno je razumjeti vezu između datih faktora i korititi izvedenu jednačinu za proračun snage turbine pri brzinama vjetra koje se razlikuju od nominalne brzine vjetra.

Važno je razumjeti ponašanje vjetroturbine pri različitim brzinama vjetra kako bismo mogli izračunati gubitke ( € ) kada vjetroturbine ne proizvodi električnu energiju.

Važno je izračunati koliko će se energije proizvesti u smislu tržišta energije. Obično se energija prije proda nego li se proizvede

Pouzdana proračuni proizvodnje energije su bitni za balansiranje energije na tržištu kao i za previđanje prihoda za investitora.



## VJEŽBA-1

1. Ponoviti proračun iz prethodnog primjera za različite vrijednosti brzine vjetra i prikazati dijagram proizvedene snage za date brzine vjetra
2. Koja je veza između brzine vjetra  $v$  i snage  $P$ ?

Napomena: u ovoj vježbi pretpostavljamo da je vrijednost koeficijenta snage  $C_p$  konstantna. Poznato nam je da je u stvarnosti  $C_p$  funkcija brzine vjetra što će detaljnije biti obrađeno u vježbi-3

## VJEŽBA-2

1. Morske turbine su konstruisane koristeći isti princip kao i vjetroturbine. Međutim, one se koriste u različitim uslovima pri čemu se varijable date jednačinom (5) blago razlikuju. Kako morske turbine pokreće voda a ne zrak potrebno je uzeti u specifičnu gustoću vode umjesto zraka

$$\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$$

2. Prosječni koeficijent snage morskih turbina se razlikuje od koeficijenta snage vjetroturbina. do danas, tehnologija nije napredovala do te mjere kako bi koeficijent iskoristivost morskih turbina bio jednak koeficijentu snage vjetroturbina. Teoretski maksimum je definisan Betzovim zakonom 0.59
3. U primjeru će se koristiti vrijednost koeficijenta snage  $C_{pm}=0.35$

Na osnovu datih informacija, modifikovati jednačinu (5) uvrštavajući varijable koje se odnose na morske turbine te izračunati dužinu lopatice koja je potrebna da bi se proizvela ista snaga koju proizvodi vjetroturbina u prethodnom primjeru. Pretpostavimo da je brzina  $v=2.5 \text{ m/s}$ , što je najčešća vrijednost brzine 'plimnog vala'.

## VJEŽBA-3

Koeficijent snage  $C_p$  nije konstantna, kao što je ranije i naglašeno. Njegova vrijednost se mijenja sa omjerom brzine vrha lopatice (tip speed ratio). Omjer brzine vrha lopatice se definiše kao:

$$\lambda = \text{brzina vrha lopatice} / \text{brzina vjetra}$$

Brzina vrha lopatice može se izračunati kao:

$$\text{brzina vrha lopatice} = [\text{ugaona brzina (rpm)} \times \pi \times D] / 60;$$

gdje je D-prečnik rotora

Data je ugaona brzina turbine 15rpm na osnovu gornje dvije jednačine izračunati  $\lambda$  zatim popuniti tabelu datu na narednom slideu. Zatim očitati vrijednosti  $C_p$  koristeći dati dijagram. Očitane vrijednost  $C_p$  koristiti kako bi izračunali snagu korištenjem jednačine (5).

Konačno, izračunajte energiju na osnovu jednačine:

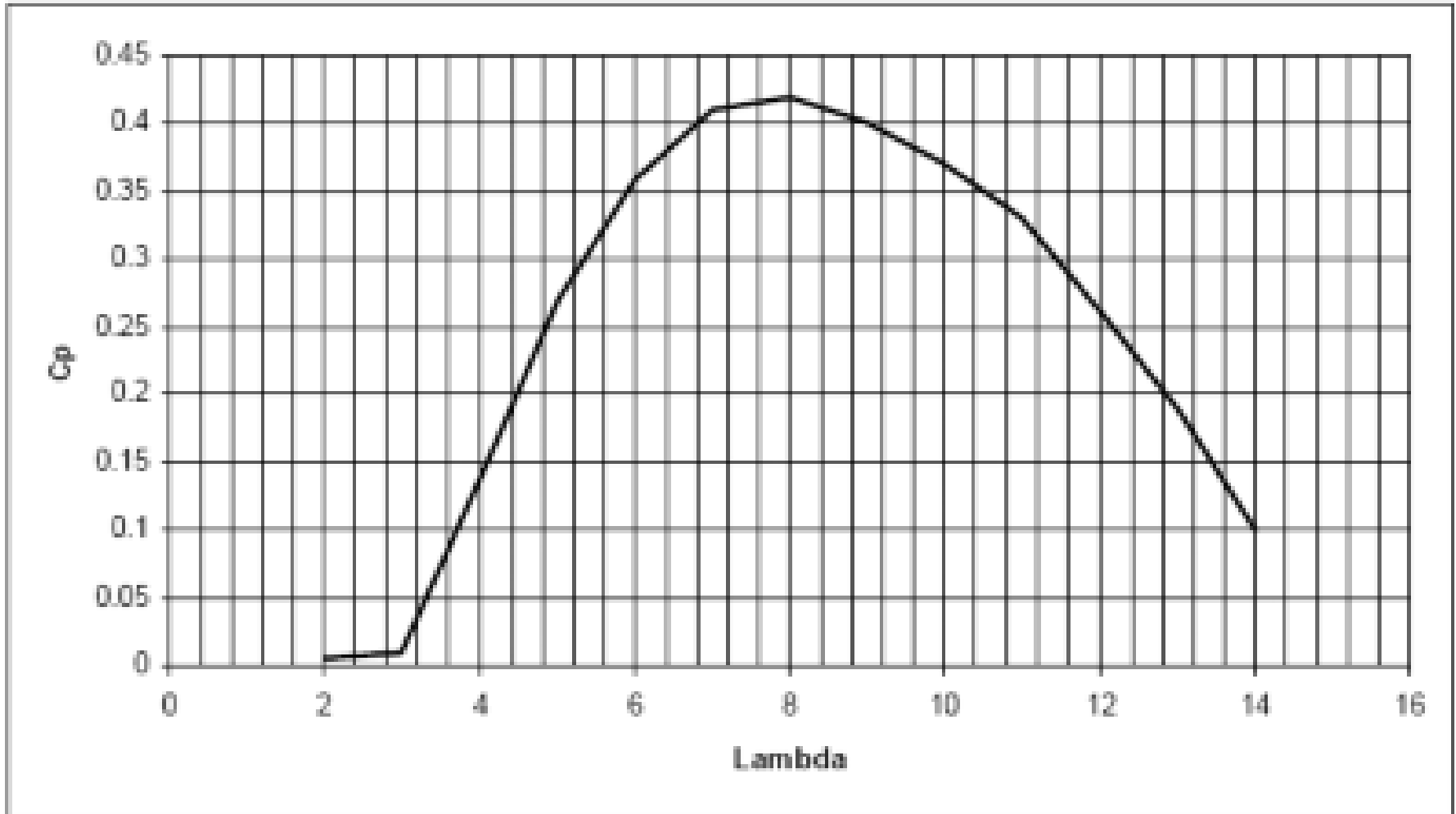
$$\text{Energija} = \text{Snaga} \times \text{Vrijeme}$$

Napomena: Čelije prekrižene u tabeli se odnose na vrijednosti brzine vjetra pri kojima vjetroturbina ne proizvodi električnu energiju iz razloga što su vrijednosti ili niske ili visoke.



## VJEŽBA-3

WIND SPEED (M/S)	TIME (HOURS)	$\lambda$ VALUE	$C_p$ VALUE	POWER (KW)	ENERGY (KWH)
1	531				
3	1407				
5	1831				
7	1769				
9	1386				
11	913				
13	524				
15	249				
17	105				
19	39				
21	12				
23	3				
25	1				
27	0				
TOTAL					



## BRZINA VRHA LOPATICE

Ako rotor vjetroturbine rotira suviše sporo, većina vjetra će proći ravno kroz razmak između lopatica, pri čemu se ne preda dovoljno snage

Ali ako se rotor okreće prebrzo, lopatice će se ponašati se kao čvrsta prepreka vjetru.

Također, lopatice rotora stvaraju turbulencije dok se okreću kroz zrak. Ako sljedeća lopatica stigne prebrzo, pogodit će turbulentni zrak. Dakle, ponekad je zapravo bolje smanjiti brzinu lopatica!





Program: ERASMUS-EDU-2022-CBHE-STRAND-2  
Project number: 101082860



Funded by  
the European Union

**THANK YOU FOR YOUR  
ATTENTION!**